

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова
Физический факультет

Кафедра физики полимеров и кристаллов

Уравнение состояния асимметричного процесса с запретами

Курсовая работа
студентки 210 группы

Зверевой Марии Владимировны

Научный руководитель:

ст. н. сотр., к. ф.-м. н. Тамм Михаил Владимирович

Москва, 2016

Содержание:

1.Обзор литературы:

1.1 Введение

1.2 Ассиметричный процесс с запретами

1.3 Стационарные состояния

1.3.1 Основное кинетическое уравнение

1.3.2 Стационарное состояние АПЗ на кольце

1.3.3.Вывод зависимости интенсивности потока от плотности распределения

1.4 Примеры

1.5 Цели и задачи

2.Оригинальная Часть:

2.1 Стандартный АПЗ на кольце

2.1.1 Математическое моделирование

2.1.2 Результаты

2.1.3 Выводы

2.2 Модифицированный АПЗ с внутренними состояниями частиц

2.2.1 Математическое моделирование

2.2.2 Результаты

2.2.3 Графики

3.Выводы

4.Список литературы

Обзор литературы.

Введение.

Статистическая физика – раздел физики, определяемый не объектом исследования, а методами, применимыми к широкому кругу проблем. Объектами изучения же являются системы с большим количеством составных частей: будь то спины, частицы и т.д. Исследование равновесной статической физики во многом достигли успеха, однако статистическое описание систем вне равновесия менее развито. Неравновесная статистическая физика во многом пересекается с прикладной математикой. Вот некоторые из ключевых отличительных черт неравновесной статистической физики:

- отсутствие основных уравнений, из которых следовало бы все остальное;
- промежуточное положение между прикладной и фундаментальной физикой;
- существование общих техник и концепций, несмотря на разнородность области;
- возможность создания методов, которые полезны для приложений за пределами физики.

Ассиметричный процесс с запретами.

Цель статистической физики – изучить коллективное поведение взаимодействующих многочастичных систем. В данной работе представлены примеры изучения простейшего взаимодействия – запрета, а также исследования роли запрета в простейших неравновесных моделях – *ассиметричных процессов с запретами*. В таких процессах частицы занимают отдельные узлы одномерной решетки, и каждая частица может прыгать в соседний узел, если он свободен. Таким образом, ни один узел ни в какой момент времени не может быть занят более чем одной частицей, что моделирует взаимодействие типа исключенного объема. В ассиметричном

процессе с запретами (АПЗ) движение частиц подвержено общему сносу. Рассмотрим одномерный случай, когда частица прыгает направо с интенсивностью p и налево с интенсивностью q ; прыжок разрешен, только если узел назначения свободен. Традиционно общая интенсивность полагается равной единице: $p+q=1$, и рассматривается снос вправо, то есть $p>q$. Будем полагать, что интенсивности прыжков полностью ассиметричны: $(p,q) = (1,0)$.

Стационарное состояние.

Основное кинетическое уравнение.

Состояние АПЗ в любой момент времени задается расположением всех частиц.

Пусть вероятность $P(C, t)$ – вероятность того, что система находится в конфигурации C в момент времени t . Эта вероятность эволюционирует в соответствии с *основным кинетическим уравнением*:

$$\frac{dP(C, t)}{dt} = \sum_{C'} P(C', t)R(C' \rightarrow C) - P(C, t) \sum_{C'} R(C \rightarrow C'),$$

где $R(C' \rightarrow C)dt$ – вероятность перехода из C' в C за интервал времени dt .

Система, в конце концов, достигает стационарного состояния, где выполняется равенство:

$$\sum_{C'} P_{ss}(C')R(C' \rightarrow C) = P_{ss}(C) \sum_{C'} R(C \rightarrow C').$$

Уравнение движения, представленное выше, универсально и описывает процессы запретами любого типа на любой решетке.

Стоит отметить, что основное кинетическое уравнение может иметь разный вид.

- Если процесс не зависит от прошлого системы, то уравнение выглядит так:

$$\frac{dP}{dt} = \sum_{m \neq n} (w_{nm}P_m - w_{mn}P_n), \text{ где} \quad (1)$$

$P_m = p_{mm}$ и $P_n = p_{nn}$ - вероятности того, что система находится в состояниях m и n , соответствующих диагональным элементам матрицы плотности;

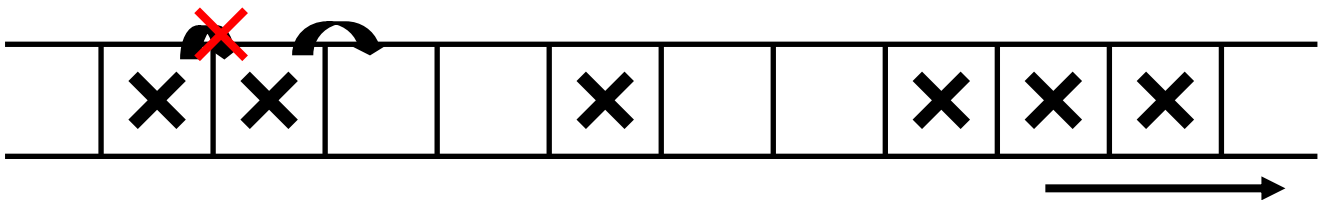
$w_{nm} = p_{n \rightarrow m}$ и $w_{mn} = p_{m \rightarrow n}$ – вероятности прямого перехода из m в n и обратного.

- При наличии памяти у системы уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{dP}{dt} = \int_{-\infty}^t \sum_m (w_{nm}(t - \tau)P_m(\tau) - w_{mn}(t - \tau)P_n(\tau))d\tau. \quad (2)$$

Однако в нашем случае мы имеем дело с марковским процессом (случайный процесс, эволюция которого после любого заданного значения временного параметра t не зависит от предшествовавшего t , при условии, что значение процесса в этот момент фиксировано). А значит, мы можем спокойно пользоваться формулой (1).

Стационарное состояние АПЗ на кольце.



Рассмотрим простейшую систему, состоящую из двух ячеек и одной частицы ($N=2, M=1$). Пусть P_{00} – вероятность, что обе ячейки пусты;

P_{01} – вероятность того, что частица во 2ой ячейке;

P_{10} – вероятность того, что частица в 1ой ячейке;

P_{11} – вероятность того, что обе ячейки заняты.

Тогда можно составить систему дифференциальных уравнений для данной системы:

$$\begin{cases} \frac{dP_{00}}{dt} = 0; \frac{dP_{11}}{dt} = 0; \\ \frac{dP_{01}}{dt} = P_{10} - P_{01}; \\ \frac{dP_{10}}{dt} = P_{01} - P_{10}; \end{cases}$$

Пусть для определенности $P_{10}(0) = 1$.

Решая данную систему, получим:

$$dP_{10} = - \int e^{-2t} dt = \frac{1}{2} e^{-2t} + \frac{1}{2};$$

$$dP_{01} = -\frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{2};$$

Стоит заметить, что также данную систему уравнений можно представить в виде:

$$\frac{dP}{dt} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} P;$$

или
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M\vec{P};$$

Согласно алгебраическому анзацу Бетте:

$$P(0) = a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2;$$

$$P(t) = a_1(t)\varphi_1 + a_2(t)\varphi_2;$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{da_1}{dt}\vec{\varphi}_1 + \frac{da_2}{dt}\vec{\varphi}_2 = \lambda_1\vec{\varphi}_1 + \lambda_2\vec{\varphi}_2;$$

Где λ_i – собственные значения матрицы М;

φ_i – собственные векторы матрицы М;

Следовательно,

$$\begin{cases} \frac{da_1}{dt} = \lambda_1 a_1; \Rightarrow a_1 = a_1(0)e^{\lambda_1 t}; \\ \frac{da_2}{dt} = \lambda_2 a_2; \Rightarrow a_2 = a_2(0)e^{\lambda_2 t}; \end{cases}$$

Тогда решение Р представимо в виде:

$$P = \sum_i e^{\lambda_i t} a_i(0)\varphi_i;$$

И можно сделать несколько выводов для системы (2;1):

- Реальная часть любого собственного значения должна быть не больше 0, иначе с ростом прошедшего времени вероятность $P \rightarrow \infty$;

$$Re[\lambda_i] = 0;$$

- Всегда существует нулевое собственное значение ;

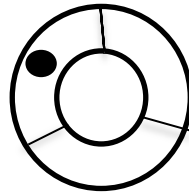
$$\exists \lambda_0 = 0;$$

- При $t \rightarrow \infty$ побеждает состояние с собственным вектором φ_0 , соответствующим соб. значению λ_0 .

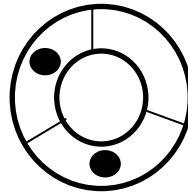
Однако для любой ли системы АПЗ справедливы данные выводы? И следует ли из этого равновероятность всех микросостояний системы?

В рамках поиска ответов на эти вопросы были рассмотрены системы следующего вида:

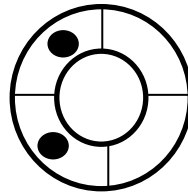
1) $M=3; N=1;$



2) $M=3; N=2;$



3) $M=4; N=2;$



Вот полученные результаты:

1) Для систем (3;1) и (3;2) матрицы $M1$ и $M2$ оказались равны между собой:

$$M1 = M2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Системы дифференциальных уравнений сводятся к виду:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + 3 \frac{d^2x}{dt^2} + 3 \frac{dx}{dt} = 0;$$

2) Для системы (4;2) матрица $M3$ имеет вид:

$$M3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Полученные во всех трех случаях решения соответствуют уравнению:

$$P = \sum_i e^{\lambda_i t} a_i(0) \varphi_i;$$

А также для всех трех случаев сохраняются выводы, сделанные для системы (2;1).

Рассмотрим систему с M – количеством кластеров (звеньев, состоящих из одной и более частиц, или количеством частиц, в случае если все кластеры представляют собой 1 частицу) и N – количеством ячеек.

Тогда для каждого кластера существует всего один способ изменить его вид и один способ вернуть его конфигурацию. Следовательно, количество кластеров соответствует количеству способов получить то или иное состояние системы. А так как при этом у частицы в каждом кластере кол-во способов «уйти» и «вернуться» одинаковое (вперед двигаться может только крайняя правая частица, а присоединиться к кластеру может только крайняя левая), то в каждой строке и столбце матрицы M сумма элементов будет равна нулю. Тогда

$$M * \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{N} \\ \dots \\ 1 \\ \frac{1}{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, всегда существует нулевое собственное значение, при $t \rightarrow \infty$ выигрывает состояние с собственным вектором $\varphi_0 = \begin{pmatrix} 1/N \\ \dots \\ 1/N \end{pmatrix}$ и, получается, что все микросостояния системы равновероятны.

Вывод зависимости интенсивности потока от плотности распределения частиц (кластеров) для стандартного АПЗ на кольце.

Пусть M – количество частиц, за единицу времени выберем M количество попыток, N – количество ячеек.

Пусть частица совершает попытку прыгнуть вперед. Тогда вероятность того, что впереди узел занят, равна:

$$p = \frac{M - 1}{N - 1};$$

Тогда среднее количество удачных попыток в единицу времени равно:

$$1 - \frac{M - 1}{N - 1};$$

А за время M количество прыжков станет равным:

$$S = M \left(1 - \frac{M - 1}{N - 1} \right);$$

А интенсивность потока (стационарный ток) по определению:

$$J = \frac{S}{N} = \frac{M}{N} \left(1 - \frac{M - 1}{N - 1} \right) = \frac{M(N - M)}{N(N - 1)};$$

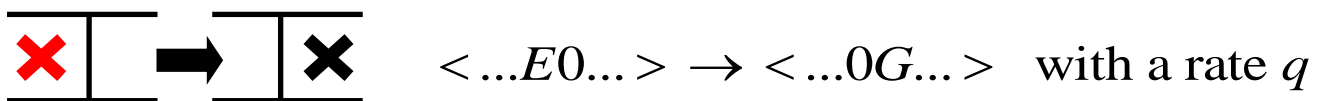
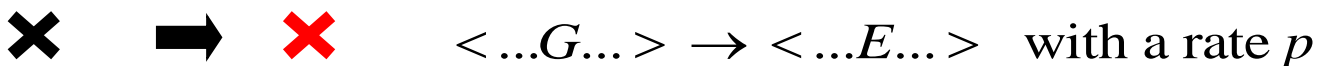
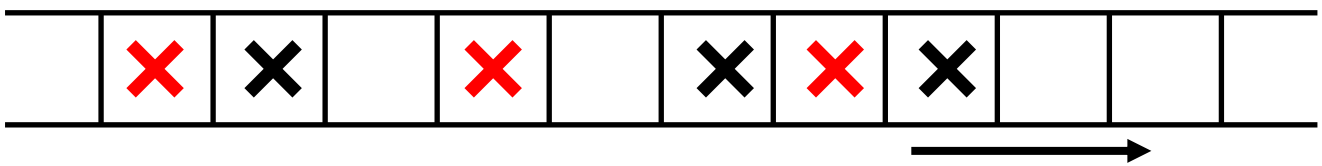
При $N, M \rightarrow \infty$ и $\rho = M/N$ (плотность распределения) получаем

$$J = \rho(\rho - 1).$$

Примеры.

В данной работе численно изучено поведение стандартного асимметричного процесса с запретами на кольце (пример №1).

А также модифицированного асимметричного процесса с запретами с внутренними состояниями частиц (пример №2). Эта вторая модель представляет собой тоже АПЗ на кольце, но прыжок происходит не напрямую, а через некоторую промежуточную стадию, в течение которой частица должна перейти в возбужденное состояние, а уже затем совершить прыжок, вернувшись в основное состояние при условии, что соседний узел свободен.



Цель.

Цель данной работы заключается в том, чтобы исследовать два примера, описанных выше и экспериментально получить зависимости тока от плотности распределения при разных условиях.

Задачи.

- 1) Ознакомление с основами статистической физики, с методами исследования асимметричного процесса с запретами;
- 2) Получение графиков зависимостей стационарного тока от плотности распределения;
- 3) Исследования изменения зависимости стационарного тока от плотности распределения при разных начальных условиях.

Оригинальная часть.

1. Стандартный АПЗ на кольце (пример №1).

Математическое моделирование.

В рамках проведения эксперимента была создана программа, моделирующая асимметричный процесс со стандартными запретами на кольце и описывающая пример 1.

Пусть N – количество ячеек, M – количество частиц. В начальный момент времени частицы случайным образом распределены по ячейкам, а ячейки расположены на замкнутом кольце. В каждый момент времени выбирается частица, которая в свою очередь пытается совершить прыжок. Есть возможность изменять количество попыток, а также непосредственно N и M , то есть плотность распределения и размер системы. На выходе программа выдает значение стационарного тока (интенсивности потока).

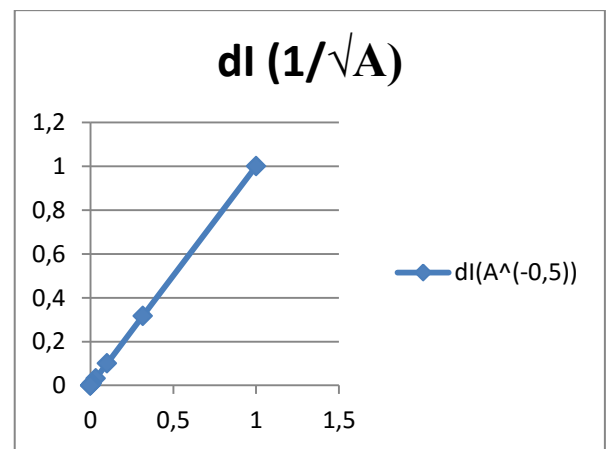
Были получены зависимости стационарного тока от плотности распределения при разных начальных условиях в рамках поиска ответов на следующие вопросы:

- 1) Какое оптимальное количество попыток необходимо совершить для того, чтобы значение стационарного тока (интенсивности) имело определенную точность?
- 2) Как влияет размер системы на результаты эксперимента?

Результаты.

1) Для того чтобы ответить на первый вопрос, для каждого значения плотности распределения частиц в системах, размера $N=1000$ и $N=10000$, было определено минимальное количество итераций из диапазона от 1 до 10^7 , при которых значение интенсивности достигало определенной точности.

$N=10^3; N=10^4;$	A	dl
	1	1
	10	0,316228
	100	0,1
	1000	0,031623
	10000	0,01
	100000	0,003162
	1000000	0,001
	10000000	0,000316
	100000000	0,0001



,где A – количество итераций, dl – погрешность значений.

Для обеих систем результаты оказались одинаковыми. Это дало нам возможность предположить примерную формулу, опираясь на которую можно ожидать нужной нам точности:

$$\Delta I \sim const * A^{-1/2}$$

,где ΔI – запрошенная нами погрешность результата.

Во всех дальнейших экспериментах была выбрана точность порядка 10^{-2} .

2) В рамках поиска ответа на второй вопрос был проведен ряд экспериментов для систем разных размеров:

$$N = 10^3;$$

$$N = 10^4;$$

$$N = 10^2;$$

$$N = 10;$$

После того, как были получены результаты для систем сравнительно больших размеров ($N=10^3; N=10^4$), мы предположили, что зависимость стационарного тока от плотности распределения должна иметь вид:

$$J = \rho(\rho - 1) .$$

А доля удачных попыток (S) в общем числе итераций (A), то есть количество прыжков к количеству попыток, зависит от плотности распределения, как:

$$\frac{S}{A} = 1 - \rho .$$

Далее следуют результаты экспериментов для данных систем.

N	density(M/N)	portion (S/A)	Intensity(I)
1000	0,01	0,99	0,0099
	0,02	0,98	0,0196
	0,03	0,97	0,0291
	0,04	0,96	0,0384
	0,05	0,95	0,0475
	0,06	0,94	0,0564
	0,07	0,93	0,0651
	0,08	0,92	0,0736
	0,09	0,91	0,0819
	0,1	0,9	0,09
	0,2	0,8	0,16
	0,3	0,7	0,21
	0,4	0,6	0,24
	0,5	0,5	0,25
	0,6	0,4	0,24
	0,7	0,3	0,21
	0,8	0,2	0,16
	0,9	0,1	0,09

N	density(M/N)	portion (S/A)	Intensity(I)
10000	0,02	0,98	0,0196
	0,04	0,96	0,0384
	0,06	0,94	0,0564
	0,08	0,92	0,0736
	0,1	0,9	0,09
	0,2	0,8	0,16
	0,4	0,6	0,24
	0,6	0,4	0,24
	0,8	0,2	0,16

Однако после изучения систем меньших размеров стало ясно, что эти формулы годятся только для большого числа ячеек, в действительности

более точным описанием зависимости тока от плотности является следующее уравнение:

$$J = \frac{M(N - M)}{N(N - 1)}.$$

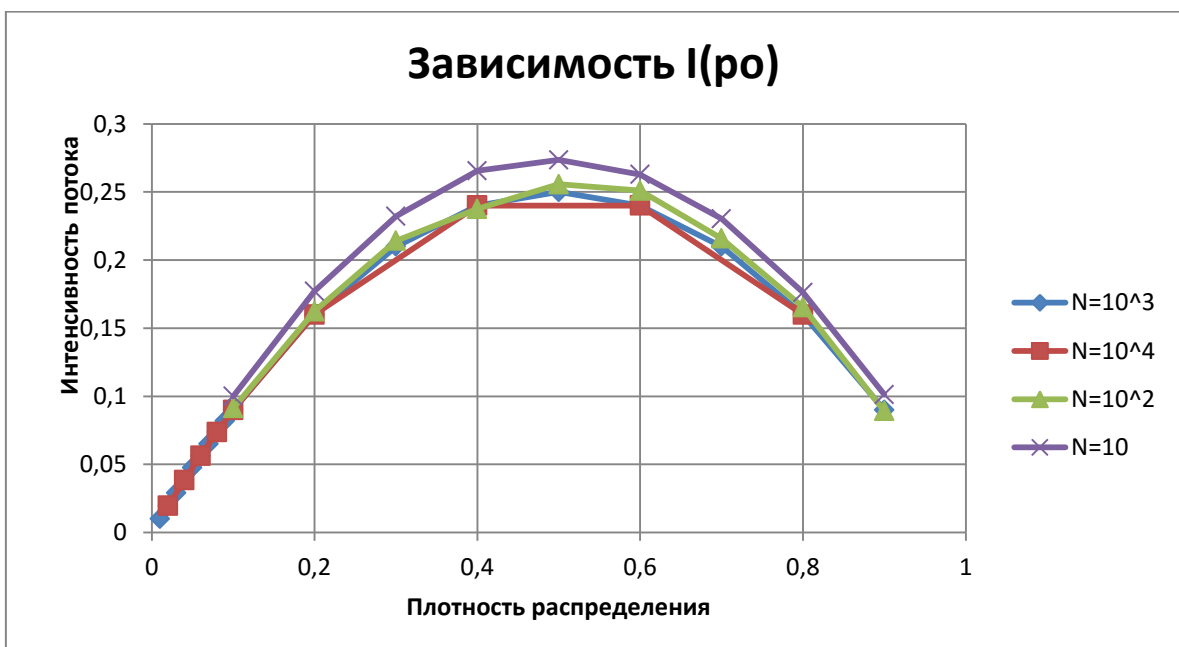
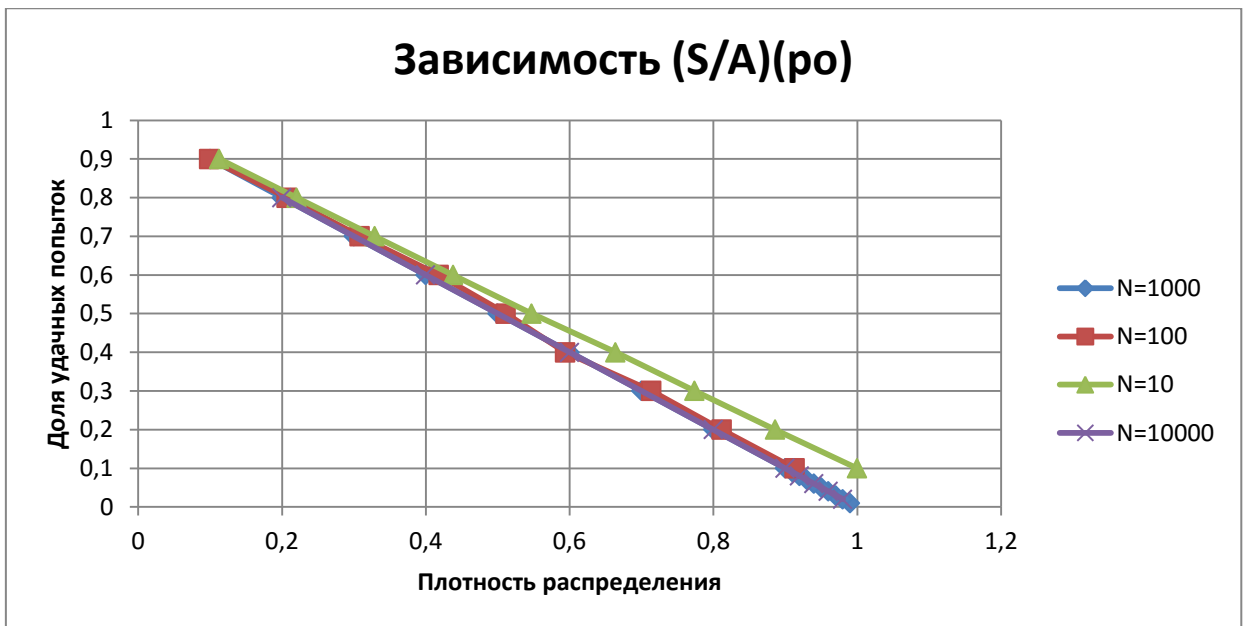
А зависимости доли удачных попыток от плотности распределения можно описать так:

$$\frac{S}{A} = \frac{(N - M)}{(N - 1)}.$$

Далее представлены результаты экспериментов для систем небольшого размера и графики всех полученных зависимостей.

N	density(M/N)	portion (S/A)	Intensity(I)
100	0,1	0,9131	0,09131
	0,2	0,8116	0,16232
	0,3	0,7138	0,21414
	0,4	0,5939	0,23756
	0,5	0,5113	0,25565
	0,6	0,4183	0,25098
	0,7	0,3083	0,21581
	0,8	0,2068	0,16544
	0,9	0,099	0,0891

N	density(M/N)	portion (S/A)	Intensity(I)
10	0,1	1	0,1
	0,2	0,886	0,1772
	0,3	0,774	0,2322
	0,4	0,664	0,2656
	0,5	0,547	0,2735
	0,6	0,438	0,2628
	0,7	0,329	0,2303
	0,8	0,2203	0,17624
	0,9	0,1125	0,10125



Выводы.

Численные исследования показали, что модель построена правильно, результаты эксперимента сошлись с теорией, предположенные уравнения для полученных зависимостей верны.

Модифицированный АПЗ с внутренними состояниями частиц (модель Б).

Математическое моделирование.

Вторая программа, созданная в рамках данного эксперимента (данной работе), описывает пример №2.

В начальный момент времени состояние смоделированного АПЗ такое же, как и в предыдущей программе. Однако создано уже два списка: из частиц, находящихся в основном состоянии (список 1), и из частиц, находящихся в возбужденном состоянии (список 2). В начальный момент времени список 2 пуст.

Вероятность выбрать частицу из списка 1 равна

$$P = \frac{p * M1}{p * M1 + q * M2}.$$

Значение p – вероятность перехода частицы в возбужденное состояние, q – вероятность сделать шаг вперед из возбужденного состояния, $M1$ – размер первого списка (количество частиц в основном состоянии), $M2$ – размер второго списка (количество частиц в возбужденном состоянии).

Вероятность выбрать частицу из списка 2:

$$Q = 1 - P .$$

Если выбранная частица находится в основном состоянии, то она переходит в возбужденное, если же выбранная частица уже возбуждена, то происходит проверка соседнего узла в обоих списках, и, в случае если каждый из узлов оказался свободным, частица совершает прыжок.

Чтобы учесть, что время в данной модели течет неоднородно, после каждой попытки необходимо прибавить к счетчику времени некоторую добавку:

$$T += \frac{1}{p * M1 + q * M2}.$$

Тогда интенсивность потока (ток) будет рассчитана следующим образом:

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{I}{T * N},$$

где I – количество прыжков, N – количество ячеек.

Начальными условиями, в зависимости от которых наблюдаются изменения искомых графиков, являются значения вероятностей p, q , а так же, как и в предыдущей программе, плотность распределения и размер системы.

Результаты.

В процессе проведения эксперимента было численно исследовано три разных набора вероятностей (p, q) . Для каждого такого набора были получены графические изображения зависимостей стационарного тока от плотности распределения частиц в системах разных размеров. Выбор данных наборов вероятностей был обусловлен условием постоянства значения $p + q \approx 1$.

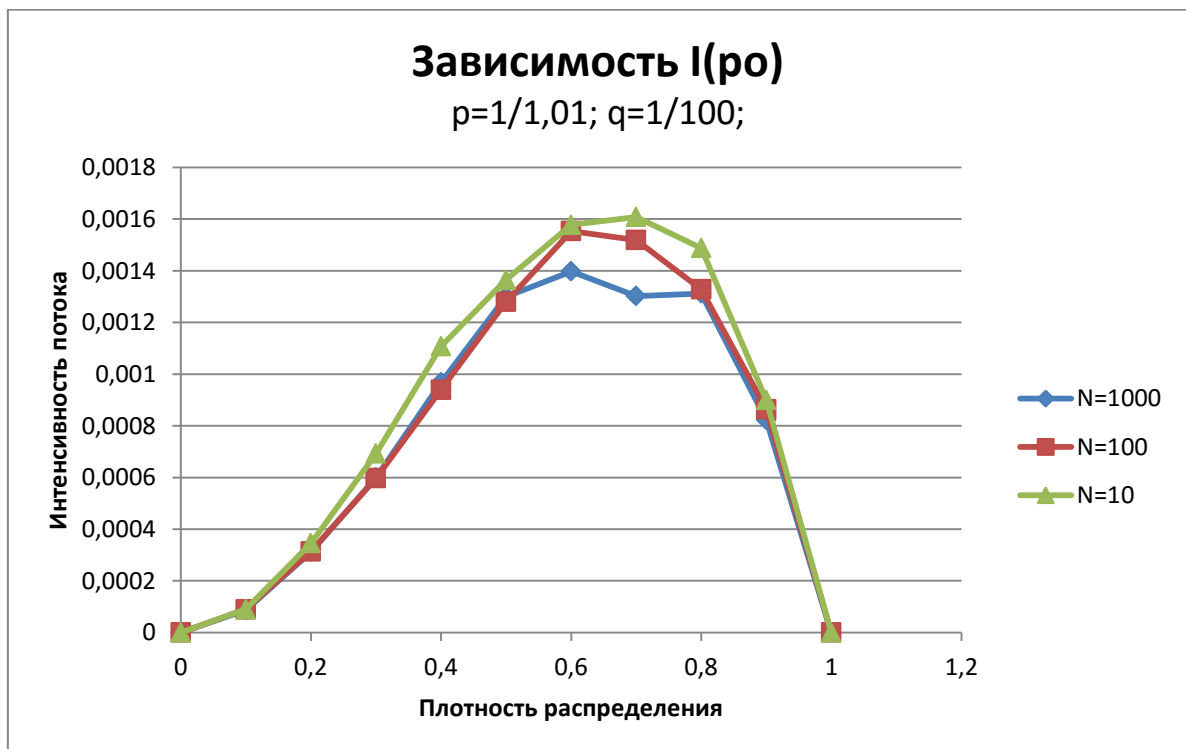
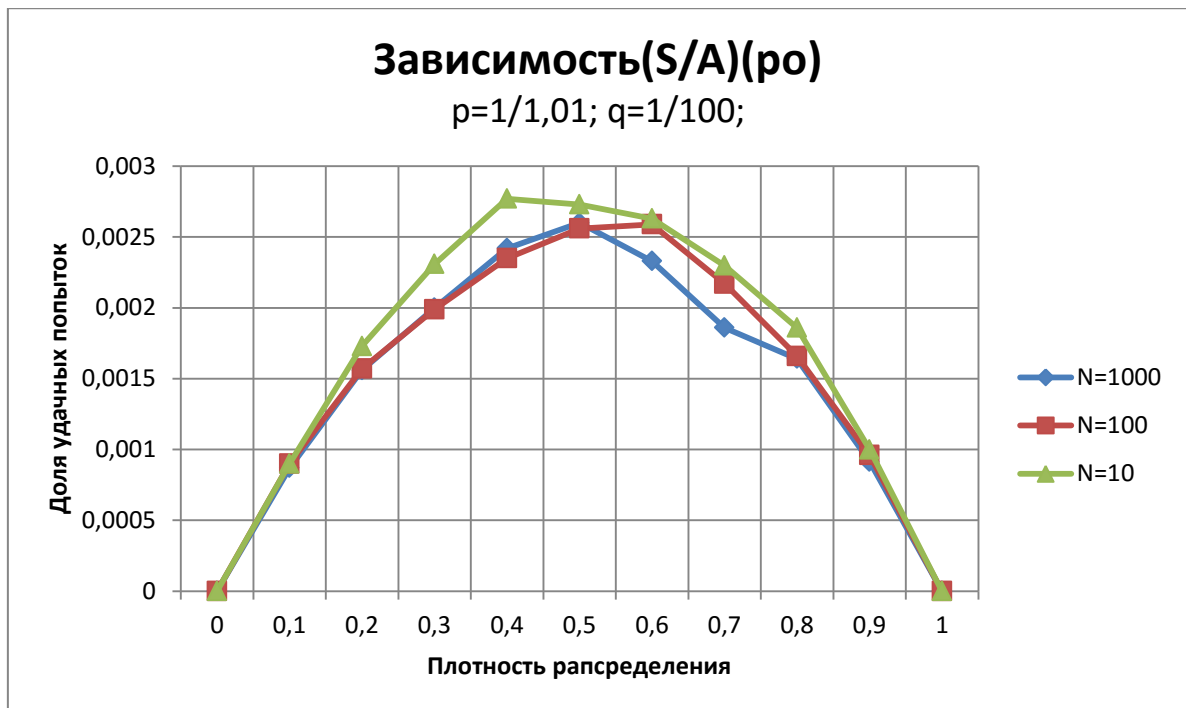
Далее представлены результаты измерений и графики зависимостей для каждого набора.

1) Набор

$p + q = \frac{1}{1,01} + \frac{1}{100}$, где $p = 0,99009901$, $q = 0,01$ соответственно;

Prob12	Prob21	Tot Num of Cells	Num of Parti	Density	Prot(S/A)	Intens(I)
0,990099	0,01	1000	0	0	0	0
			100	0,1	0,00087	0,000087
			200	0,2	0,00156	0,000312
			300	0,3	0,002	0,0006
			400	0,4	0,00242	0,000968
			500	0,5	0,0026	0,0013
			600	0,6	0,00233	0,001398
			700	0,7	0,00186	0,001302
			800	0,8	0,00164	0,001312
			900	0,9	0,000914	0,0008226
			1000	1	0	0
		100	0	0	0	0
			10	0,1	0,0009	0,00009
			20	0,2	0,00157	0,000314
			30	0,3	0,00199	0,000597
			40	0,4	0,00235	0,00094
			50	0,5	0,00256	0,00128
			60	0,6	0,00259	0,001554
			70	0,7	0,00217	0,001519
			80	0,8	0,00166	0,001328
			90	0,9	0,00096	0,000864
			100	1	0	0
		10	0	0	0	0
			1	0,1	0,0009	0,00009
			2	0,2	0,00173	0,000346
			3	0,3	0,002309	0,0006927
			4	0,4	0,00277	0,001108
			5	0,5	0,00273	0,001365
			6	0,6	0,00263	0,001578
			7	0,7	0,002298	0,0016086
			8	0,8	0,00186	0,001488
			9	0,9	0,001	0,0009
			10	1	0	0

Где $prob12 = p$; $prob 21 = q$; $Density = \frac{Total\ Number\ Of\ Particles}{Total\ Number\ Of\ Cells}$; S – количество прыжков, а A – количество итераций, и $Intens$ – значение интенсивности потока.



2)Набор

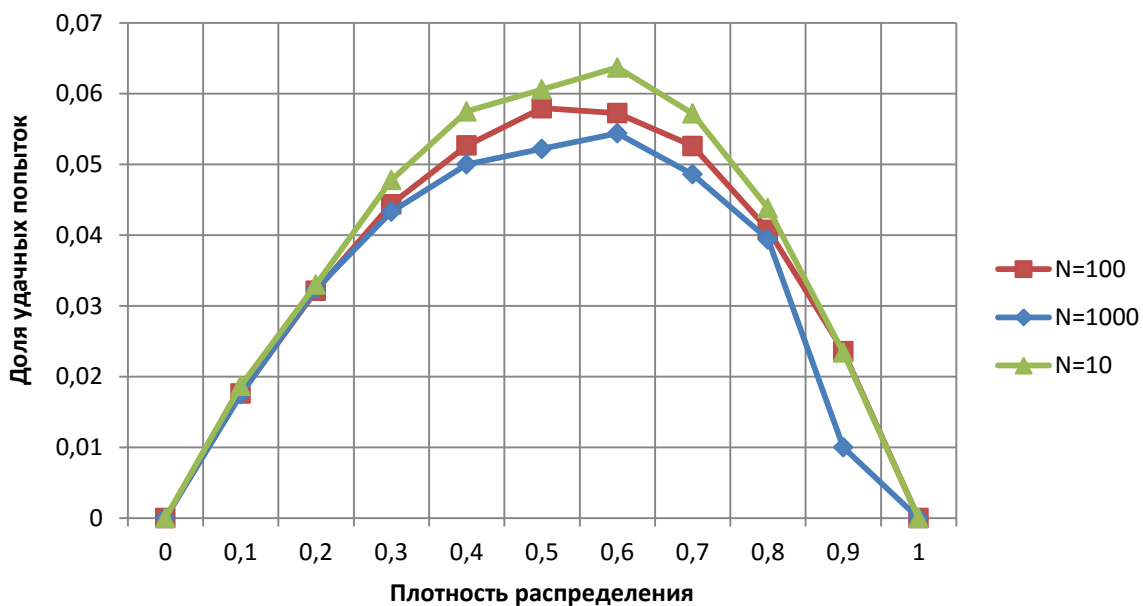
$p + q = \frac{1}{1,33} + \frac{1}{4}$, где $p = 0,751879699$, $q = 0,25$ соответственно;

Prob12	Prob21	Total Num of Cells	NumOfPart	Density	Prot(S/A)	Intens
0,7518797	0,25	1000	0	0	0	0
			100	0,1	0,0175	0,00175
			200	0,2	0,0324	0,00648
			300	0,3	0,0433	0,01299
			400	0,4	0,05	0,02
			500	0,5	0,0522	0,0261
			600	0,6	0,0544	0,03264
			700	0,7	0,0486	0,03402
			800	0,8	0,0394	0,03152
			900	0,9	0,01	0,009
			1000	1	0	0
		100	0	0	0	0
			10	0,1	0,0176	0,00176
			20	0,2	0,03215	0,00643
			30	0,3	0,04438	0,013314
			40	0,4	0,05268	0,021072
			50	0,5	0,05796	0,02898
			60	0,6	0,05726	0,034356
			70	0,7	0,05262	0,036834
			80	0,8	0,04075	0,0326
			90	0,9	0,02359	0,021231
			100	1	0	0
		10	0	0	0	0
			1	0,1	0,0187	0,00187
			2	0,2	0,033	0,0066
			3	0,3	0,0478	0,01434
			4	0,4	0,0575	0,023
			5	0,5	0,0606	0,0303
			6	0,6	0,0637	0,03822
			7	0,7	0,0572	0,04004
			8	0,8	0,0438	0,03504
			9	0,9	0,0234	0,02106
			10	1	0	0

Где $prob12 = p$; $prob 21 = q$; $Density = \frac{Total Number Of Particles}{Total Number Of Cells}$; S – количество прыжков, а A – количество итераций, и $Intens$ – значение интенсивности потока.

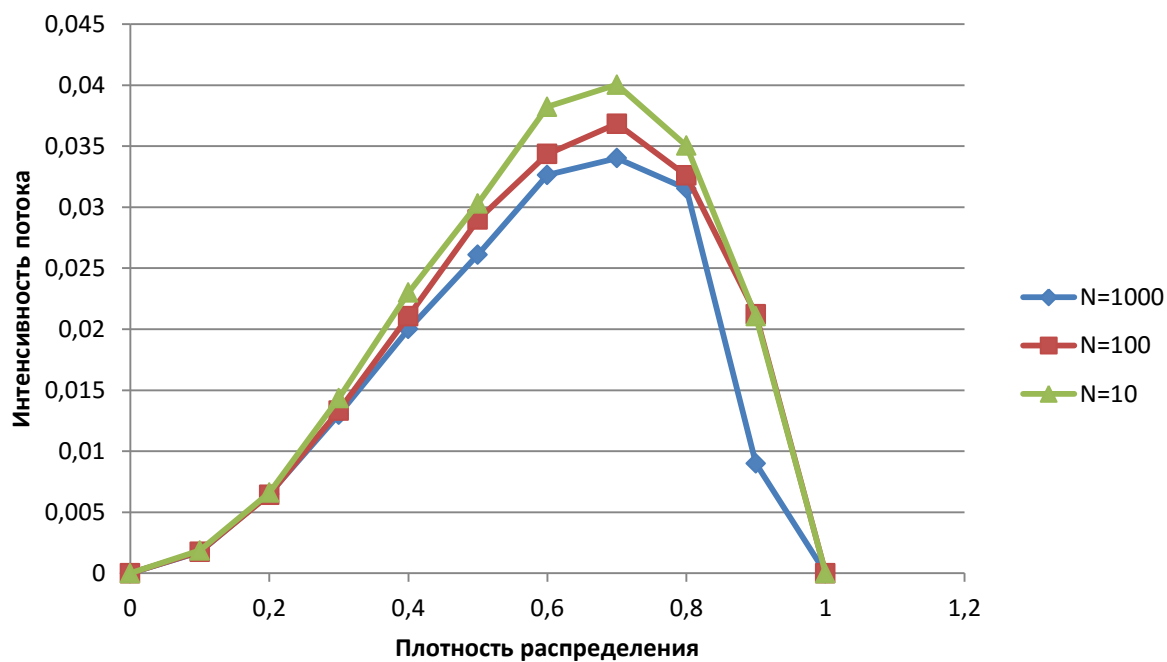
Зависимость(S/A)(ρ₀)

$\rho=1/1,33; q=1/4;$



Зависимость I(ρ₀)

$\rho=1/1,33; q=1/4;$



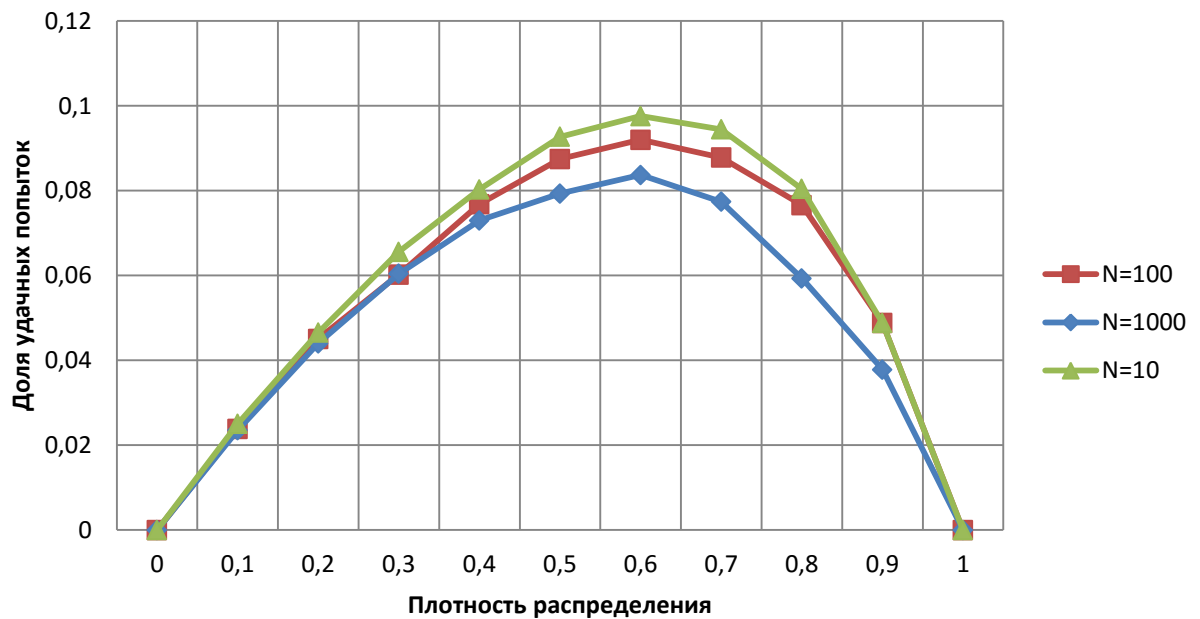
3) Набор $p = 0,5; q = 0,5;$

Prob12	Prob21	Tot Num of Cells	Number of Part	Density	Prot(S/A)	Intens
0,5	0,5	1000	0	0	0	0
			100	0,1	0,0235	0,00235
			200	0,2	0,044	0,0088
			300	0,3	0,0604	0,01812
			400	0,4	0,07296	0,029184
			500	0,5	0,0793	0,03965
			600	0,6	0,0837	0,05022
			700	0,7	0,0774	0,05418
			800	0,8	0,0593	0,04744
			900	0,9	0,0378	0,03402
			100	1	0	0
		100	0	0	0	0
			10	0,1	0,0238	0,00238
			20	0,2	0,04507	0,009014
			30	0,3	0,06021	0,018063
			40	0,4	0,07684	0,030736
			50	0,5	0,08746	0,04373
			60	0,6	0,092	0,0552
			70	0,7	0,0878	0,06146
			80	0,8	0,07658	0,061264
			90	0,9	0,04877	0,043893
			100	1	0	0
		10	0	0	0	0
			1	0,1	0,025	0,0025
			2	0,2	0,04652	0,009304
			3	0,3	0,06556	0,019668
			4	0,4	0,0803	0,03212
			5	0,5	0,0927	0,04635
			6	0,6	0,09756	0,058536
			7	0,7	0,09443	0,066101
			8	0,8	0,0804	0,06432
			9	0,9	0,04878	0,043902
			10	1	0	0

Где $prob12 = p; prob 21 = q; Density = \frac{Total\ Number\ Of\ Particles}{Total\ Number\ Of\ Cells}$; S – количество прыжков, а A – количество итераций, и $Intens$ – значение интенсивности потока.

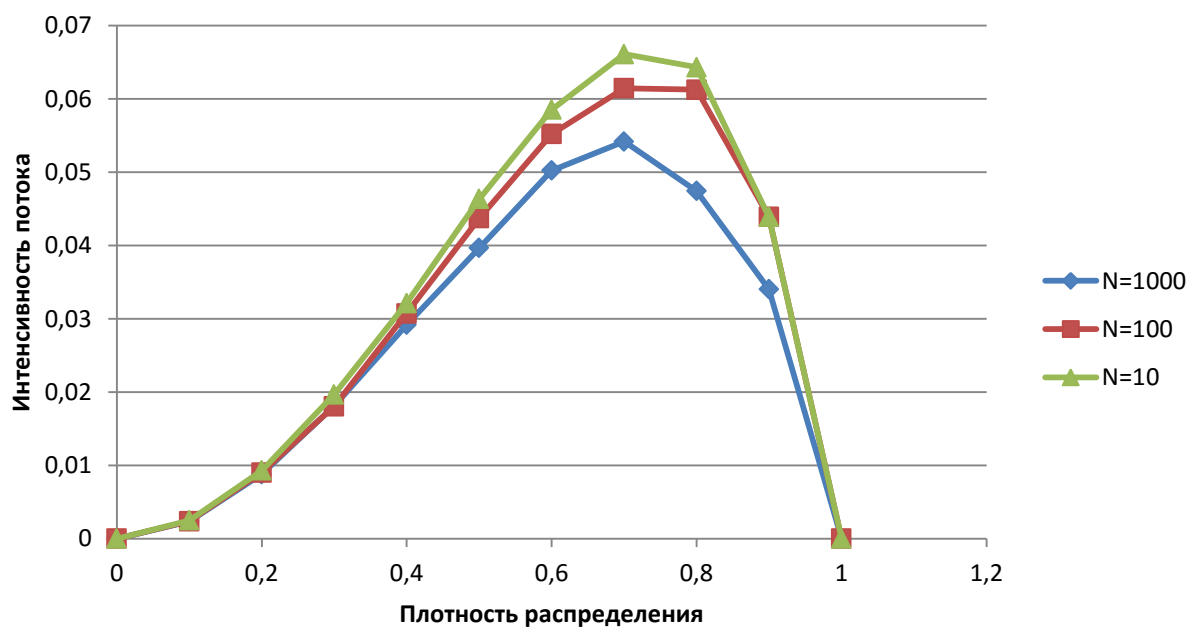
Зависимость(S/A)(ρ₀)

$\rho=0,5; q=0,5;$

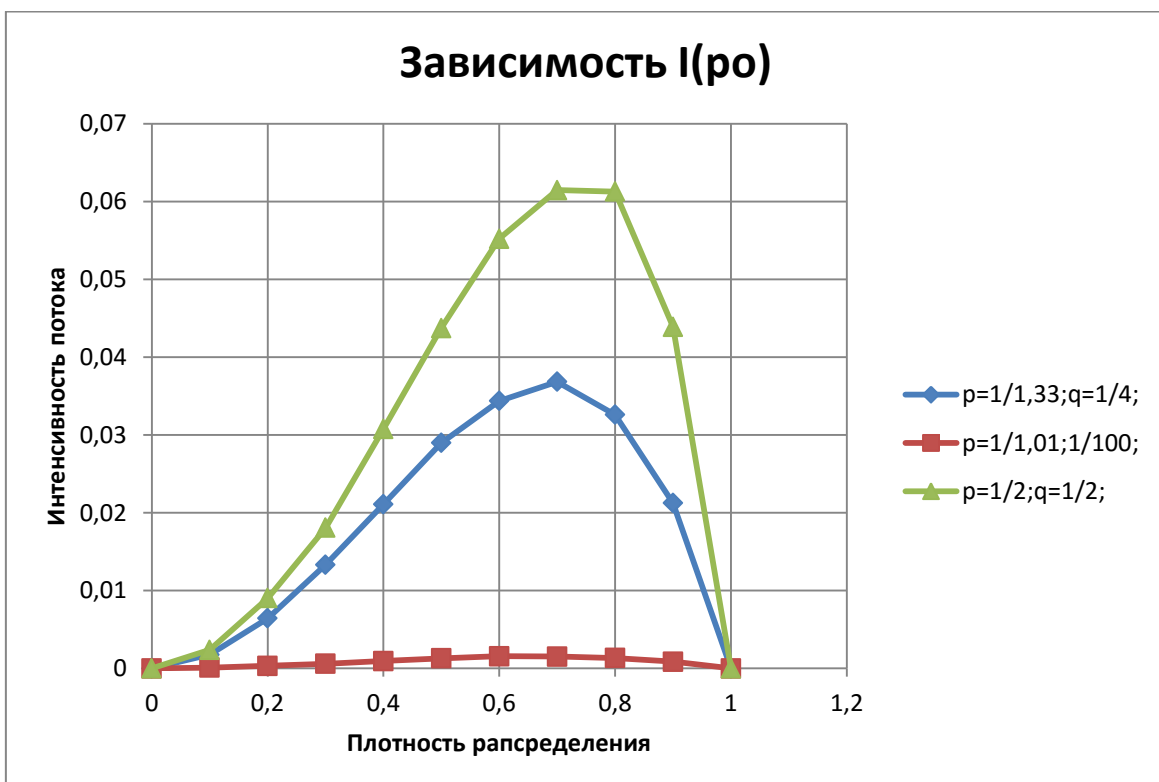
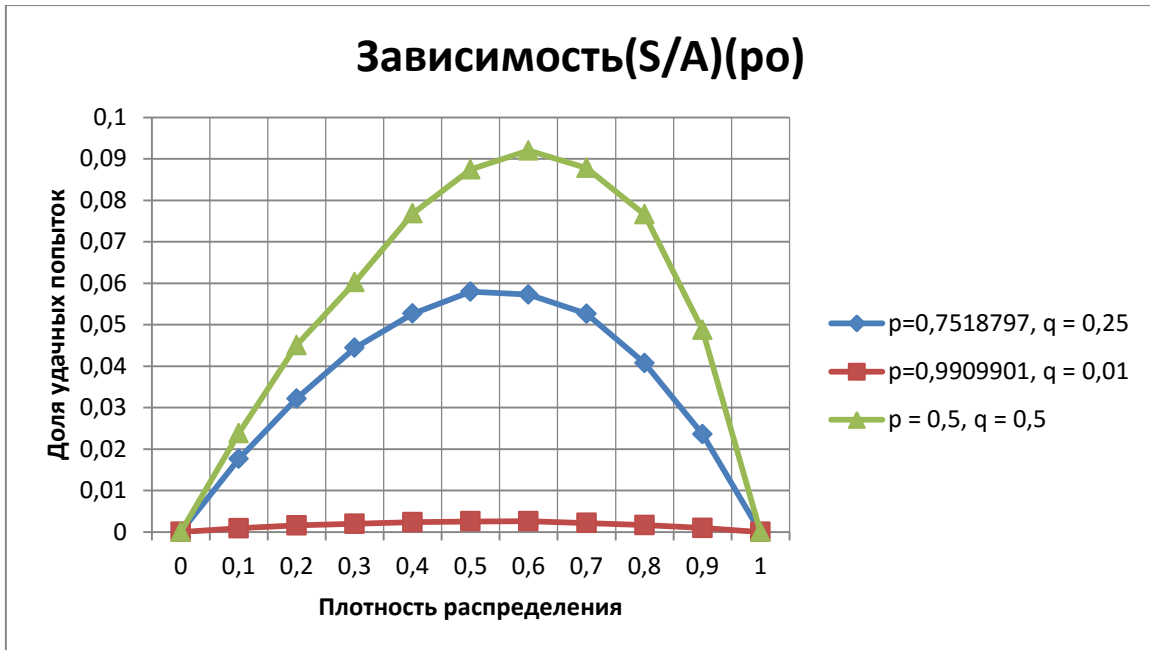


Зависимость I(ρ₀)

$\rho=0,5; q=0,5;$



А также приведены графические изображения зависимостей для одного и того же размера системы ($N = 100$ -ячеек), но для разных наборов вероятностей.



Выводы.

- В результате исследования примера №1 проведено ознакомление с методами анализа асимметричного процесса с запретами, изучен вывод теоретической зависимости интенсивности потока от плотности распределения частиц для стандартного АПЗ, а также экспериментально определено кол-во итераций, необходимых для получения достаточно точных результатов, и найдены зависимости стационарного тока от плотности распределения частиц для систем разного размера;
- В результате исследования примера №2 экспериментально изучены изменения графиков функции интенсивности потока частиц от плотности их распределения в зависимости от величин p, q и размеров системы. Как видно из результатов эксперимента, графики для одного и того же набора (p, q) отличаются явной асимметрией и зависимостью от количества ячеек (чем больше размер системы, тем ниже располагается экстремум функции $I(\rho)$), а из графиков для одного и того же размера частиц, но разных вероятностей видно, чем ближе друг к другу значения вероятностей перехода из одного состояния в другое, тем выше пик наблюдаемой интенсивности. Очень интересно было бы в дальнейшем получить ответы на вопросы:
 - 1) Почему так происходит?
 - 2) От чего еще может зависеть функция $I(\rho)$?

А также получить теоретическое подтверждение данным результатам.

Список литературы.

[1] П.Л.Крапивский,С.Редней,Э.Бен-Наим, Кинетический взгляд на статистическую физику,Научный Мир, 2012 – гл.4.

[2] R.A. Blythe, M.R. Evans, Nonequilibrium Steady States of Matrix Product, 2008 - гл. 1, 2.1, 2.2.

[3]О. Golinelli, K. Mallick,The Asymmetric Simple Exclusion Process : An Integrable Model for Non-Equilibrium Statistical Mechanics.

[4] В. Derrida,Non equilibrium steady states: fluctuations and large deviations of the density and of the current, 2008 – гл.1,2.